

Matemática e suas Tecnologias

Olá, estudante!

Este é o primeiro fascículo do Projeto ENEM a abordar a área de Matemática. Com isso, identificaremos os conteúdos que mais costumam cair e perceber que, em sua maioria, são assuntos vistos, inicialmente, no Ensino Fundamental e que se relacionam em muito com situações do cotidiano.

As grandes áreas da Matemática são as que têm mais destaque e podem ser elencadas como as mais recorrentes. Geometria aparece em quase um quarto de todas as questões do Exame de 2009 até hoje, com 23,5%; tal número engloba todas as especificações da Geometria, como plana, espacial e analítica. Em seguida, a Aritmética tem mais recorrência, aparecendo em 12,4% das questões.

No próximo fascículo, daremos início à área de Ciências da Natureza.

Bons estudos!

Questão 1

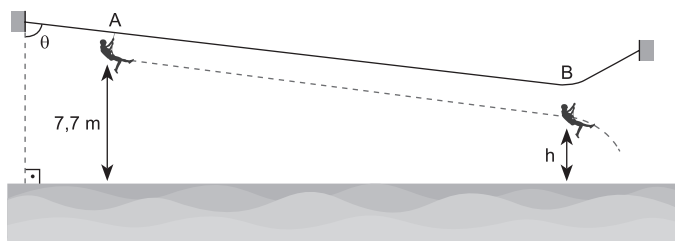
Dois planos, α e β , perpendiculares entre si, estão posicionados de modo a formar um diedro. Um segmento de reta paralelo ao plano β e perpendicular ao plano α foi projetado ortogonalmente em cada um desses planos.

Qual das imagens melhor representa as projeções desse segmento?

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

Questão 2

Um garoto desce uma tirolesa suspenso por uma roldana apoiada em um cabo de aço retilíneo. Quando atinge o ponto A, ele se desloca com velocidade horizontal constante de 14 m/s e está a 7,7 metros de altura da superfície de um lago. 1,4 segundo depois, ao atingir o ponto B, ele se solta e cai na água, conforme mostra a figura.



O ângulo θ , formado entre o cabo de aço e o suporte vertical que fixa sua extremidade mais alta, é tal que $\text{tg } \theta = 3,5$. A que altura da superfície do lago o garoto estava no momento em que se soltou do cabo de aço?

- a) 2,1 m
- b) 2,2 m
- c) 2,5 m

- d) 5,5 m
- e) 5,6 m

Questão 3

As Pirâmides de Gizé são estruturas monumentais construídas em pedra. Possuem uma base quadrada e quatro faces triangulares que convergem para um vértice. A maior delas, a Pirâmide de Quéops, mede cerca de 150 metros de altura e é chamada Grande Pirâmide. Estima-se que seu volume seja da ordem de 2 500 000 m³.

PIRÂMIDES de Gizé. Só História. Disponível em: <<http://www.sohistoria.com.br>>.

Acesso em: 2 fev. 2018. (adaptado)

Para construir uma maquete da Pirâmide de Quéops na escala 1:1 000, respeitando suas proporções reais, um projetista dispõe das seguintes opções de placas de sustentação retangulares.

Placa de sustentação	Dimensões (cm)
I	20 × 25
II	22 × 23
III	23 × 25
IV	24 × 24
V	25 × 25

Considere 2,23 como aproximação para $\sqrt{5}$.

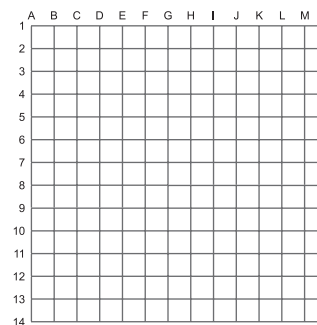
A placa de sustentação deve ter a menor área possível, de modo que a base da maquete esteja totalmente apoiada sobre ela.

Desse modo, o projetista deve escolher a placa

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

Questão 4

Um jogo chamado “Procurado” é praticado em uma quadra com marcações que servem como referência para a localização dos participantes. A figura representa a quadra, sendo a distância entre linhas e colunas consecutivas equivalente a um metro.



Uma bola é jogada ao alto, e o primeiro jogador a pegá-la deve contar até três, enquanto os demais se afastam. Ao fim da contagem, todos os oponentes devem parar imediatamente. Em seguida, o jogador que tem a bola deve acertá-la em um dos oponentes, eliminando-o do jogo.

Paulo está na posição H7 da quadra, pronto para arremessar a bola. Ele sabe que tem mais chance de acertar um adversário que está mais próximo e observa que seus cinco oponentes estão parados nas seguintes coordenadas: Alan (E5), Bruno (F8),

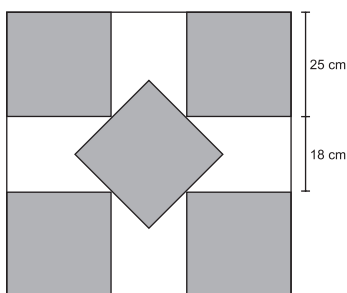
Carlos (H3), Daniel (J9) e Eduardo (J4).

É mais provável que Paulo consiga acertar

- a) Alan
- b) Bruno
- c) Carlos
- d) Daniel
- e) Eduardo

Questão 5

Um azulejo decorativo possui formato quadrado, com as medidas indicadas na figura. As áreas em cinza são quadrados de área equivalente.



A região branca desse azulejo tem área, em centímetro quadrado, igual a

- a) 1 224.
- b) 1 296.
- c) 1 499.
- d) 2 124.
- e) 4 499.

Questão 6

Brincando em uma piscina inflável, um garoto percebeu que, ficando em pé dentro da piscina completamente cheia, a quarta parte de seu corpo, em relação à altura, não fica submersa. A altura do garoto é 1,20 m, e o fundo da piscina ocupa uma área de 6 m².

A capacidade máxima da piscina, em litro, é igual a

- a) 180.
- b) 540.
- c) 1 800.
- d) 5 400.
- e) 54 000.

Questão 7

Em alguns bancos, o número da conta dos clientes é seguido de um algarismo que representa o dígito verificador, que é obtido a partir de uma combinação dos algarismos do número que o antecede (número-base) e serve para verificar a autenticidade do valor numérico fornecido.

Para certo banco, cada número de conta possui o formato abcde-DV, em que abcde é o número-base e DV é o dígito verificador. Para obter o dígito verificador, realizam-se os seguintes passos:

- Multiplica-se o algarismo de maior ordem do número-base por 9; o algarismo da segunda maior ordem por 8; o algarismo central, por 7; e os demais algarismos, por 2;
- Somam-se os resultados dessas multiplicações e divide-se o valor obtido por 11;

- Caso o resto dessa divisão seja 10, utiliza-se a letra X (10 em algarismos romanos) como DV; do contrário, DV será igual ao próprio resto da divisão.

Pelo critério estabelecido para esse banco, o dígito verificador da conta de número 45375 é

- a) 0.
- b) 2.
- c) 4.
- d) 8.
- e) 9.

Questão 8

No jogo de basquete, podem ser marcadas cestas de 1, 2 ou 3 pontos. Em uma partida, um jogador marcou um total de 66 pontos, dos quais seis foram em cestas de 1 ponto. Sabe-se que seu número de cestas de 2 pontos é maior que o dobro e menor que o triplo da sua quantidade de cestas de 3 pontos.

O número de cestas de 2 pontos que o jogador marcou na partida é um

- a) múltiplo de 7.
- b) múltiplo de 9.
- c) múltiplo de 10.
- d) número primo.
- e) cubo perfeito.

Questão 9

Um garoto coleciona miniaturas de criaturas místicas, as quais ele adquire em uma máquina de sorteio. A máquina sempre informa a quantidade de miniaturas disponíveis por tipo, de modo que a pessoa saiba quais são as chances de obter a criatura desejada. Cada ficha da máquina custa R\$ 1,25, concedendo uma única miniatura, sorteada de modo aleatório. A tabela mostra as miniaturas disponíveis na máquina.

Tipo	Quantidade
Dragão	6
Fada	13
Fênix	2
Sereia	7
Unicórnio	14

No momento, o garoto deseja obter uma miniatura qualquer de dragão, podendo tentar a sorte na máquina ou comprá-la de um amigo pelo valor exato de R\$ 50,00.

Entre as duas possibilidades, a situação mais vantajosa para o garoto é comprar a miniatura

- a) na máquina, pois gastará, no máximo, R\$ 7,50.
- b) na máquina, pois gastará, no máximo, R\$ 26,25.
- c) na máquina, pois gastará, no máximo, R\$ 46,25.
- d) do amigo, pois gastaria até R\$ 51,25 na máquina.
- e) do amigo, pois gastaria até R\$ 52,50 na máquina.

Questão 10

A maior parte da ciência moderna aceita a existência de túneis hipotéticos – comumente conhecidos como buracos de minhoca – que ligam diferentes pontos do espaço-tempo. [...].

Para acessar um buraco de minhoca, você precisaria medir não mais que um bilionésimo de trilionésimo de trilionésimo de centímetro. Nem mesmo Alice conseguiu isso no País das Maravilhas, e ela tinha uma poção encolhedora mágica.

SMITH, Daniel. A mente de Stephen Hawking. São Paulo: Universo dos Livros, 2016. p. 180.

A potência de base 10 que representa o tamanho limite, em centímetro, para se ter acesso a um buraco de minhoca é

- a) 10^{-33}
- b) 10^{-30}
- c) 10^{-24}
- d) 10^{-21}
- e) 10^{-15}

Questão 11

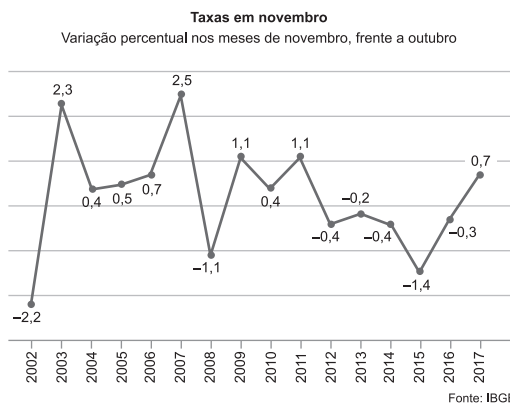
Três ciclistas, A, B e C, participam de uma competição em uma pista circular. Os tempos que A, B e C demoram para completar uma volta são, respectivamente, 126 s, 72 s e 108 s. A largada é dada, e os ciclistas começam a dar voltas na pista. Em certo momento, pela primeira vez após a largada, A e B cruzam juntos o ponto de partida da pista.

Nesse momento, quantas voltas completas C terá dado na pista?

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 14
- e) 18

Questão 12

As vendas do varejo cresceram 0,7% em novembro na comparação com outubro, depois de recuarem 0,7% no mês anterior. O número foi divulgado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).



CURY, Anay; SILVEIRA, Daniel. Comércio cresce 0,7% e tem maior alta para novembro desde 2011, diz IBGE. G1, 9 jan. 2018. Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 5 mar. 2018. (adaptado)

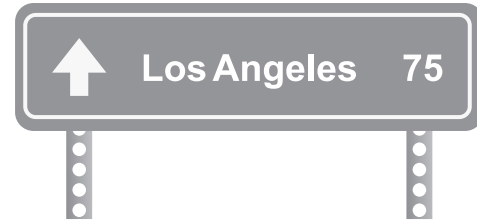
Dentre as opções a seguir, a média aritmética das taxas de novembro do período de 2013 a 2017 é mais próxima da taxa observada no ano de

- a) 2004
- b) 2005
- c) 2015
- d) 2016
- e) 2017

Questão 13

Viajando de carro rumo a Los Angeles, uma pessoa vê a placa a seguir na estrada, sendo a distância dada em milha. De-

vido ao cansaço, até o fim da viagem, ela deseja dirigir por, no máximo, mais 1 hora e 20 minutos.



Considere que 1 milha equivale a 1,6 quilômetro. Com que velocidade média mínima, em quilômetro por hora, essa pessoa deve dirigir até chegar ao seu destino final?

- a) 56
- b) 63
- c) 90
- d) 100
- e) 120

Questão 14

Estima-se que, em 2016, a quantidade de dados que circularam na internet foi de 1,1 zettabyte, e que, ao final de 2019, esse valor chegaria a 2 zettabytes. Suponha que a circulação de dados cresceu de forma linear nesse período, mantendo-se o padrão de crescimento nos anos seguintes.

Considere que 1 zettabyte = 10^6 petabytes, 1 petabyte = 10^6 gigabytes e que um vídeo em qualidade UHD (*ultra high definition*) tem, em média, 16 gigabytes de dados. A quantidade de dados que circularão na internet em 2023 equivale a quantos vídeos em qualidade UHD?

- a) 200 000
- b) 350 000
- c) 2 000 000
- d) 200 000 000 000
- e) 350 000 000 00

Questão 15

Três máquinas de corte de madeira de determinado modelo produzem, em 8 horas de trabalho, um total de 4 toneladas de madeira cada uma. Já duas máquinas de corte de um segundo modelo produzem, em 10 horas de trabalho, 6 toneladas de madeira cada uma.

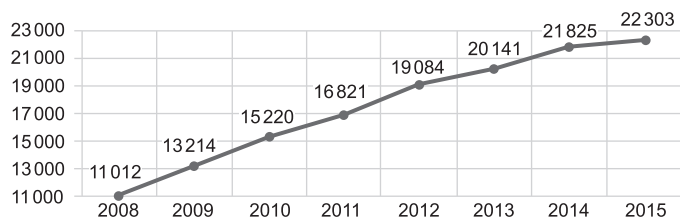
As máquinas do segundo modelo apresentam, em relação às do primeiro modelo, um desempenho

- a) 17% inferior.
- b) 47% inferior.
- c) 20% superior.
- d) 80% superior.
- e) 87% superior.

Questão 16

O gráfico mostra a quantidade de internações hospitalares por acidentes de trânsito no estado de Minas Gerais entre os anos de 2008 e 2015.

Minas Gerais, internações por acidentes de trânsito, 2008 a 2015



Fonte: Datasus

MINAS Gerais, internações por acidentes de trânsito, 2008 a 2015. Vias Seguras, 17 abr. 2017. Disponível em: <<http://vias-seguras.com>>. Acesso em: 30 jan. 2018.

Considerando uma tendência linear de crescimento a partir de 2014, a quantidade de internações por acidentes de trânsito em 2020 será

- a) 24 215.
- b) 24 663.
- c) 24 693.
- d) 25 171.
- e) 25 193.

Questão 17

Uma vendedora autônoma comprou um lote de determinado modelo de sapato. Os calçados foram distribuídos por numeração, conforme a tabela.

Quantidade de pares de sapatos	1	1	3	4	2	1	1	1	1
Numeração	33	34	35	36	37	38	39	40	41

Como o modelo teve excelente receptividade dos clientes, a vendedora resolveu fazer uma encomenda de mais 540 pares de sapatos, distribuídos de modo a manter a mesma proporção do primeiro lote em relação à numeração

A quantidade de pares de sapato de numeração 36 adquiridos na segunda encomenda é

- a) 54.
- b) 60.
- c) 135.
- d) 144.
- e) 216.

Questão 18

Um cliente assíduo de certo supermercado sabe que o estabelecimento realiza promoções periodicamente. Nesta semana, há três tipos de promoção para determinado produto:

- Promoção 1: Leve quatro unidades e pague apenas três.
- Promoção 2: Leve três unidades e pague apenas duas.
- Promoção 3: Leve duas unidades e receba 50% de desconto no valor da segunda.

Considerando o preço médio unitário em cada promoção, o

cliente analisa qual delas é mais vantajosa, concluindo que a(s)

- a) promoção 1 é a mais vantajosa.
- b) promoção 3 é a mais vantajosa.
- c) promoções 1 e 2 são equivalentes.
- d) promoções 1 e 3 são equivalentes.
- e) promoções 2 e 3 são equivalentes.

Gabarito

- | | |
|------|-------|
| 1. A | 10. A |
| 2. A | 11. A |
| 3. C | 12. D |
| 4. B | 13. C |
| 5. C | 14. D |
| 6. D | 15. D |
| 7. A | 16. C |
| 8. B | 17. D |
| 9. C | 18. D |

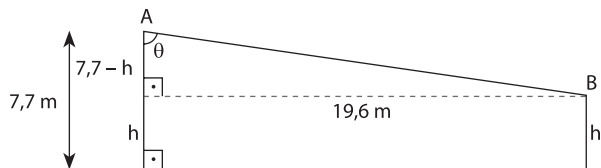
COMENTÁRIOS

1. A

Como o segmento é paralelo ao plano β , sua projeção nesse plano também corresponde a um segmento de reta. Sendo perpendicular ao plano α , sua projeção sobre esse plano corresponde a um ponto.

2. A

De A até B, o garoto deslocou-se com velocidade horizontal constante de 14 m/s durante 1,4 segundo, ou seja, seu deslocamento na direção horizontal foi de $14 \cdot 1,4 = 19,6$ m. De acordo com a imagem, tem-se:



$$\operatorname{tg} \theta = 3,5 \Rightarrow \frac{19,6}{7,7-h} = 3,5 \Leftrightarrow 7,7-h = \frac{19,6}{3,5} \Leftrightarrow$$

$$7,7-h = 5,6 \Leftrightarrow h = 2,1 \text{ m}$$

3. C

Calcula-se a medida da área da base da pirâmide real:

$$V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h = 2500000$$

$$\frac{1}{3} \cdot A_b \cdot 150 = 2500000$$

$$A_b = \frac{2500000}{50} = 50000 \text{ m}^2$$

De acordo com a escala, tem-se:

$$\text{Escala} = \frac{1 \text{ cm}}{1000 \text{ cm}} = \frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ m}} \rightarrow \text{maquete}$$

Pela escala, determina-se a medida da área da base da pirâmide na maquete:

$$\text{Escala}^2 = \frac{A_{\text{maquete}}}{A_{\text{real}}} \Rightarrow \left(\frac{1 \text{ cm}}{10 \text{ m}}\right)^2 = \frac{A_{\text{maquete}}}{A_{\text{real}}} \Rightarrow$$

$$\frac{1 \text{ cm}^2}{100 \text{ m}^2} = \frac{A_{\text{maquete}}}{50000 \text{ m}^2} \Rightarrow A_{\text{maquete}} = 500 \text{ cm}^2$$

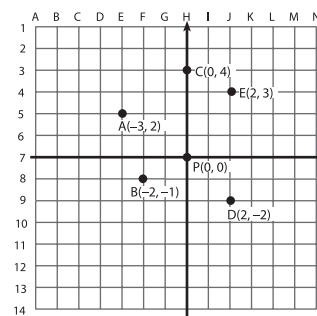
Como a base da pirâmide é quadrada, a medida da aresta da base é:

$$a = \sqrt{A_{\text{maquete}}} = \sqrt{500} = 10\sqrt{5} = 10 \cdot 2,23 = 22,3 \text{ cm}$$

Desse modo, ambas as dimensões da placa devem medir pelo menos 22,3 cm. Entre as placas que satisfazem essa condição (III, IV e V), III é a de menor área, com 575 cm².

4. B

Considerando a localização de Paulo (H7) como a origem de um sistema cartesiano, e as iniciais de cada nome como um ponto localizado nesse plano, tem-se: P(0, 0); A(-3, 2); B(-2, -1); C(0, 4); D(2, -2); E(2, 3).



Calcula-se a distância de cada ponto até a origem:

$$d_{PA} = \sqrt{(-3-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \text{ m}$$

$$d_{PB} = \sqrt{(-2-0)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} \text{ m}$$

$$d_{PC} = \sqrt{(0-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$$

$$d_{PD} = \sqrt{(2-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} \text{ m}$$

$$d_{PE} = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \text{ m}$$

Como a menor distância é d_{PB} , é mais provável que Paulo acerte Bruno.

5. C

O lado do azulejo mede $25 + 18 + 25 = 68$ cm, e o lado do quadrado cinza mede 25 cm. Assim, a área da região branca corresponde à área do azulejo subtraída da área dos 5 quadrados cinzas:

$$68^2 - 5 \cdot 25^2 = 4624 - 3125 = 1499 \text{ cm}^2$$

6. D

Para calcular o volume de água da piscina, determina-se o produto entre a área da base e a altura. Como a quarta parte do corpo do garoto fica fora da água, então a altura da piscina corresponde a três quartos da altura do garoto:

$$h = \frac{3}{4} \cdot 1,2 = 0,9 \text{ m}$$

$$V = A_b \cdot h = 6 \cdot 0,9 = 5,4 \text{ m}^3$$

Como $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$, a capacidade máxima da piscina é $5,4 \cdot 1000 = 5400 \text{ L}$.

7. A

Realizando a sequência de passos descrita, tem-se: $4 \cdot 9 + 5 \cdot 8 + 3 \cdot 7 + 7 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 121$

O resto da divisão de 121 por 11 é 0 (zero). Portanto, segue que DV = 0.

8. B

Dos 66 pontos marcados, seis foram em cestas de 1 ponto. Logo, as cestas de 2 e 3 pontos totalizam 60 pontos. Sendo x e y os números de cestas de 2 e 3 pontos, respectivamente, tem-se:

$$2x + 3y = 60 \Leftrightarrow y = 20 - \frac{2x}{3}$$

De acordo com as informações, $2y < x < 3y$. Substituindo o valor de y em cada inequação, segue que:

$$x > 2y \Rightarrow x > 40 - \frac{4x}{3} \Leftrightarrow 7x > 120 \Leftrightarrow x > 17,14$$

$$x < 3y \Rightarrow x < 60 - 2x \Leftrightarrow 3x < 60 \Leftrightarrow x < 20$$

Como x é um número inteiro, há duas possibilidades:

$$x = 18 \text{ ou } x = 19. \text{ Para que } y = 20 - \frac{2x}{3} \text{ também seja inteiro, } x \text{ deve ser múltiplo de 3. Portanto, } x = 18 \text{ (múltiplo de 9).}$$

9. C

Para garantir que o garoto obtenha a miniatura desejada, deve-se considerar que serão obtidos todos os outros tipos de miniaturas antes de um dragão. Assim, serão necessárias até 37 fichas (36 para todos os outros tipos e 1 para um dragão). Como cada ficha custa R\$ 1,25, o gasto máximo será $37 \cdot 1,25 = \text{R\$ } 46,25$, situação mais vantajosa que comprar a miniatura do amigo por R\$ 50,00.

10. A

De acordo com as classes do sistema de numeração decimal, a potência de 10 que representa um bilionésimo é 10^{-9} , e a que representa um trilionésimo é 10^{-12} . Assim, um bilionésimo de trilionésimo de trilionésimo de centímetro equivale a $10^{-9} \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-12} = 10^{-33}$ cm.

11. A

Calculando o m.m.c. dos tempos de A e B, tem-se $m.m.c.(126, 72) = 504$. Em 504 segundos após a largada, C terá dado $\frac{504}{108} = 4,666\dots$ voltas na pista, ou seja, 4 voltas completas (parte inteira).

12. D

A média das taxas de 2013 a 2017 é:

$$\frac{-0,2 - 0,4 - 1,4 - 0,3 + 0,7}{5} = \frac{-1,6}{5} = -0,32$$

-0,32 é, aproximadamente, a taxa observada no ano de 2016.

13. C

1 milha = 1,6 km \Rightarrow 75 milhas = 120 km. Assim, a distância a ser percorrida é de 120 km.

$$20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ h} \Rightarrow 1 \text{ hora e } 20 \text{ min} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \text{ h}$$

A velocidade média mínima para a conclusão da viagem nesse tempo é dada por:

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{120}{\frac{4}{3}} = 120 \cdot \frac{3}{4} = 90 \text{ km/h}$$

14. D

De 2016 a 2019 (3 anos), o valor cresceu em 0,9 ZB, o que corresponde a um aumento de 0,3 ZB por ano. De 2019 a 2023, passam-se 4 anos, logo a quantidade de dados em 2023 será: $2 + 4 \cdot 0,3 = 3,2$ ZB.

Como $1 \text{ ZB} = 10^6 \text{ PB} = 10^6 \cdot 10^6 \text{ GB} = 10^{12} \text{ GB}$, então $3,2 \text{ ZB} = 3,2 \cdot 10^{12} \text{ GB} = 32 \cdot 10^{11} \text{ GB}$. Assim, a quantidade equivalente de vídeos de 16 GB seria:

$$\frac{32 \cdot 10^{11}}{16} = 2 \cdot 10^{11} = 200\,000\,000\,000$$

15. D

Montando a regra de três composta e observando a relação entre as grandezas envolvidas, tem-se:

Máquinas \uparrow	Trabalho (h) \uparrow	Produção (ton) \downarrow	Desempenho \downarrow
3	8	4	100%
2	10	6	x

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{10}{8} \cdot \frac{4}{6} = \frac{100\%}{x} \Rightarrow \frac{10}{18} = \frac{100\%}{x} \Rightarrow x = 180\%$$

180% supera em 80% o desempenho das máquinas do primeiro modelo (100%).

16. C

De 2014 para 2015, o aumento foi:

$$22\,303 - 21\,825 = 478$$

Considerando uma tendência linear, a taxa de crescimento anual é 478. Assim, a partir de 2014, conta-se um acréscimo de 478 unidades por ano. De 2015 a 2020, são 5 anos, logo, tem-se:

$$22\,303 + 5 \cdot 478 = 24\,693$$

17. D

O primeiro lote possuía 15 pares de sapatos, dos quais 4 eram de numeração 36. Desse modo, para manter a proporção entre as numerações, devem ser adquiridos $\frac{4}{15}$ de 540 = 144 pares de sapato de numeração 36.

18. D

	Unidades adquiridas	Unidades pagas	Razão entre unidades pagas e adquiridas
Promoção 1	4	3	$\frac{3}{4} = 0,75$
Promoção 2	3	2	$\frac{2}{3} = 0,666\dots$
Promoção 3	2	1,5	$\frac{1,5}{2} = \frac{3}{4} = 0,75$

A promoção 2 é a mais vantajosa, pois representa a menor razão, e as promoções 1 e 3 são equivalentes.